

"2023: 200 años de Veracruz de Ignacio de la Llave, cuna del Heroico Colegio Militar 1823-2023".

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE VERACRUZ**  
**SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR Y SUPERIOR**  
**DIRECCIÓN GENERAL DE TELEBACHILLERATO**  
**EXAMEN ZONAL 2023 DE LA XIX OLIMPIADA DE LA CIENCIA**

**MATEMÁTICAS**

**CLAVE DE RESPUESTAS**

**El valor de los reactivos: 1 y 2 es 1 punto; 3, 4, 5 y 6 es 2 puntos.**

1. Dado que ayer 14 estudiantes comieron fruta y 8 estudiantes siempre lo hacen, entonces hubo 6 que comieron fruta de los que sólo comen un día sí y otro no. A los otros 4 les toca hoy, así que en total hoy comerán fruta 12 estudiantes. Respuesta correcta: c)

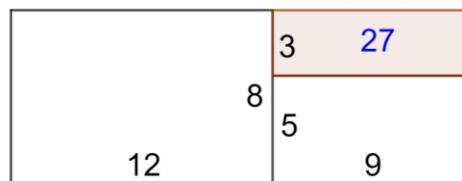
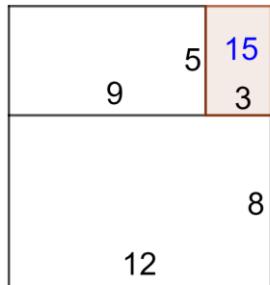
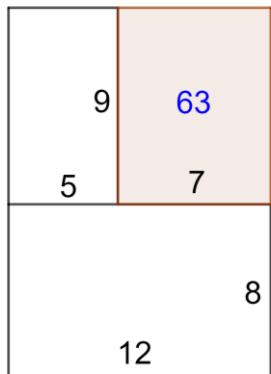
2. Como la altura del rectángulo es 14 cm, la altura de los triángulos es de 7 cm. Horizontalmente los triángulos también abarcan 14 cm del total de 18 cm que tiene de base el rectángulo, así que la base de los triángulos mide 4 cm. Entonces, cada triángulo rectángulo tiene como área  $\frac{(4\text{cm})(7\text{cm})}{2} = \frac{28\text{cm}}{2} = 14\text{cm}$ , al ser cuatro triángulos rectángulos iguales, el área sombreada es  $(4)(14\text{cm}) = 56\text{cm}$ . Respuesta correcta: b)

3. Las posibilidades para los tornillos en la primera bolsa son (3,6) o (4,5). Las posibilidades para los tornillos en la segunda bolsa son (2,6) o (3,5). Entonces (3,6) no es posible para la primera bolsa, pues para la segunda se necesita usar, ya sea el tornillo de 3 cm o el de 6 cm. De esta forma, en la primera bolsa están los tornillos que miden 4 cm y 5 cm, dejando sólo la posibilidad de que en la segunda caja estén los tornillos de 2 cm y 6 cm. Por tanto, los tornillos que no están en ninguna bolsa son los de 1 cm y 3 cm. Respuesta correcta: d)

4. Se tiene que  $b = (2^3)^8 = 2^{24}$ . Por otra parte, sabemos que  $c = 3^{12} < 4^{12}$  y que  $4^{12} = (2^2)^{12} = 2^{24}$ . De esta manera, se concluye que  $c < b < a$ . Respuesta correcta: a)

"2023: 200 años de Veracruz de Ignacio de la Llave, cuna del Heroico Colegio Militar 1823-2023".

5. Fijemos uno de los rectángulos dados, digamos el de longitudes 8 x 12 y analicemos las 4 distintas posibilidades de si el lado de longitud 5 o el lado de longitud 9 va junto al del lado de longitud 8 o al de 12.



Por lo tanto, las medidas del tercer rectángulo con la menor área posible es el de longitudes 1 y 12.

6. Llamemos  $g$  al número de partidos ganados,  $e$  al número de partidos empatados y  $p$  al número de partidos perdidos. Del enunciado podemos obtener las ecuaciones  $50 = 3g + e$  y  $26 = g + e + p$ . Reducimos el sistema de ecuaciones, multiplicando la segunda ecuación por 3:  $78 = 3g + 3e + 3p$  y a ésta le restamos la primera ecuación:  $28 = 2e + 3p$ . Tenemos ahora una ecuación con dos variables. Sabemos que, dado el contexto, tanto  $g$  como  $e$  y  $p$  son enteros positivos (no podemos obtener, por ejemplo, -13 partidos empatados o 0.5 partidos perdidos), entonces, la solución serán enteros positivos.

Ahora ¿cuál es el valor máximo que puede tomar  $p$  para hacer verdadera la igualdad  $28 = 2e + 3p$ ? Recordemos que como van jugados 26 partidos del torneo,  $p$  puede estar entre 0 y 26 (que no hayan perdido ningún partido o que hayan perdido los 26 juegos); sin embargo, podemos acotar este valor, ya que el equipo "Avatar" llevan 50 puntos, indicando esto que han ganado y perdido partidos en algún momento del torneo. Si  $p$  fuese igual, por ejemplo, a 10, entonces

"2023: 200 años de Veracruz de Ignacio de la Llave, cuna del Heroico Colegio Militar 1823-2023".

$28 = 2e + 30$  pero para que esta ecuación sea verdadera tendría  $e$  que ser negativa y como se comentó anteriormente, tanto  $e$  como  $p$  son enteros positivos, por lo que este valor de  $p$  y todos los superiores, se descartan. Ahora, si  $p$  fuese 9, entonces  $28 = 2e + 27$ , pero para que la ecuación sea verdadera,  $e$  tendría que ser decimal, por lo que este valor de  $p$  también quedaría descartado. Si  $p$  fuese 8, entonces  $28 = 2e + 24$ , y para que la ecuación sea verdadera  $e$  tendría que tomar el valor de 2. Al ser ambos enteros positivos, este valor de  $p$  si es solución. Sustituyendo en las ecuaciones originales se tiene que  $g = 16$ ,  $e = 2$  y  $p = 8$ .

Pudieran existir otros valores de  $p$  que hagan verdadera la ecuación  $28 = 2e + 3p$  y que cumplan con que  $e$  como  $p$  sean enteros positivos, pero como lo que se solicita es encontrar cuál es el máximo número de partidos que pudo haber perdido, y como ya se exploraron todos los valores de  $p$  mayores que 8, esta sería la solución.

Por lo tanto, el máximo número de partidos que pudo haber perdido el equipo "Avatar" en 26 partidos, dado que tiene 50 puntos, es 8.